

2025年度一般選抜(学部学科試験・共通テスト併用方式)
記述式問題 解答例

学部:2月11日 理工学部 【学部共通試験 数学】

1

漸化式で定義される数列の項の評価を筋道立てて書けることを主題とした問題である。

(1) は、 n に関する数学的帰納法で示すのが標準的であろう。

(2) は、 $a_{n+1}^2 - 2$ と $a_n^2 - 2$ を残したまま、2乗など正負が明らかなもので記述できることを示せば良い。実際、(1) の結果を用いることにより、

$$a_{n+1}^2 - 2 = -\frac{a_n^2 - 2}{(a_n + 1)^2}$$

に変形できる。

(3) は、(1) より $a_n + 1 \geq 2$ であることを (2) で得られた式に適用することで得られる。

(4) は、(2)、(3) をどのように利用するかに気がつけばよい。(2) より、 $a_1^2 - 2$ と $a_{11}^2 - 2$ は同符号である。すなわち、 $a_1^2 - 2 < 0$ より $a_{11}^2 - 2 < 0$ であるから右辺の不等号は得られる。左辺の不等号は (3) を繰り返すことにより $|a_{11}^2 - 2| \leq (\frac{1}{4})^{10}$ であるから、 $(\frac{1}{4})^{10} < 10^{-6}$ を示すことで得られる。