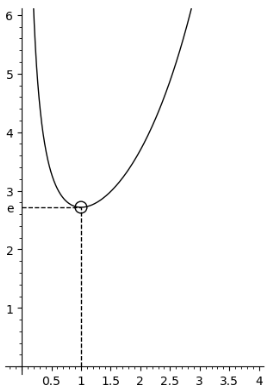
2024年度一般選抜（TEAPスコア利用方式） 記述式問題 解答例

科目：2月6日 TEAP数学（PM）

3 (1) 指数関数およびこれを含む商の導関数を用いて、関数の値の増減、極値を調べてグラフの概形を書く基本的な問題である。$x = 1$ のとき、極小値 $y = e$ を得る。グラフについては、x が 0 に近づくとき y 軸に漸近しているか、極小値を通過しているか。$x \geq 1$ においてグラフが増減するが直線的に増加していないかが採点のポイントとなる。図形の概形は以下を参照。



(2)(3) は指数関数およびこれを含む商の積分法を問う問題である。(2) の解は、$a = \log 2$。(3) は、積分法を用いると

$$\frac{1}{n}e^n = \frac{1}{m}e^m$$

が成り立つことから、(1) のグラフを考察することで、少なくとも一方は整数ではないことが導かれる。他にも、$x \geq 1$ における $y = \dfrac{e^x}{x}$ および $y = \dfrac{e^x}{x^2}$ のグラフを具体的に考察し、正の整数 m から n までの面積を比較することでも導くことができる。

2024年度一般選抜（TEAPスコア利用方式） 記述式問題 解答例

科目：2月6日　TEAP数学（PM）

$\boxed{4}$ 与えられた条件を満たす数列の存在を問う問題である。一般項が容易に書けなくても、初期値 $a_1,\ a_2$ および三項間漸化式があれば数列が定まることの理解を確認する。

(1) は条件 (A) を満たす例を一つあげればよい。このとき、「初期値 $a_1 = **, a_2 = **$ であり、 〜を満たす数列 $\{a_n\}$」のように初期値のみではなく、それ以降の項の条件も記載している必要がある。実際には「$a_n = 0\ (n = 1, 2, \ldots)$ で定まる数列 $\{a_n\}$」が最もわかりやすく、それで構わない。

(2)「何を示せばよいか」を理解しているかどうかを問う問題である。条件 (A) を満たす数列の定数倍およびそれらの和で書ける新しい数列の漸化式が、条件 (A) を満たしていることを示す。

(3) (i) は $\{c_n\}$ と $\{d_n\}$ の組を一つあげる。実際には、2 つのベクトル (c_1, c_2), (d_1, d_2) が 1 次独立であることが必要十分であり、例えば $c_1 = 1,\ c_2 = 0$ で定まる数列 $\{c_n\}$ と $d_1 = 0, d_2 = 1$ で定まる数列 $\{d_n\}$ とをあげるのが最も簡単であろう。(ii) は (i) であげた例の組を用いて、条件 (P) を満たしていることを確認すればよい。具体的には、条件 (A) を満たす数列 $\{a_n\}$ を任意にとったとき、$a_n = sc_n + td_n$ となる実数 s, t を与えればよい。